HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

I. Dạng 1. Dạng toán về tập xác định

a. Phương pháp giải

Dựa vào các điều kiện xác định của hàm LG cơ bản

$$\sin x, \cos x \xrightarrow{TXD} D = \mathbb{R}$$

$$\tan x \xrightarrow{TXD} D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\cot x \xrightarrow{TXD} D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$$

và các điều kiện xác định của hàm phân thức, căn thức.

$$\sqrt{A} \text{ XĐ khi } A \geq 0$$

$$\frac{1}{A} \text{ XĐ khi } A \neq 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{A}} \text{ XĐ khi } A > 0$$

Chú ý:

- TXĐ: là dạng tập hợp

- ĐKXĐ: được biểu diễn dưới dạng x thuộc tập hoặc $x < (>, \leq, \geq)$

Bài tập (NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = 5\sin x - \sqrt{2}\cos x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ **C.** $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{2}\sin(2x-1) - \cos(x^2 - 3)$

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ **C.** $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$

Tổng quát 1. Hàm $y = a\sin(f(x)) + b\cos(g(x)), (a, b \in \mathbb{R})$, với $f(x), g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thì hàm số luôn có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \sin\sqrt{2x - 4}$

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ **B.** $[2; +\infty)$ **C.** $(1; +\infty)$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\cos\sqrt{x^2-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus(-1;1)$ **B.** $[-1;1]$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=\sin\frac{1}{x-2}+\cos\sqrt{9-x^2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus(-3;3)$ **B.** $[-3;3]$ **C.** $[-3;3]\setminus\{2\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-3,3,2\}$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\sin\sqrt{x^2+3x-4}$ là

A. $(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$ **B.** $(-4;1)$

C. $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-4]\cup[1;+\infty)$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=3\sin\frac{1}{\sqrt{x+2}}-2\cos(1-x^2)$ là

A. $[-2;+\infty)$ **B.** $(-2;+\infty)$ **C.** $[-1;1]$ **D.** $[-2;1]$

Tổng quát 2. Tập xác định của hàm $y=a\sin(f(x))+b\cos(f(x))$ chính là TXĐ của $y=f(x)$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{2-\cos x}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi\},k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\},k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{1+\sin x}$

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi\right\},k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\},k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{1-2\sin x\cos x}}$

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi\right\},k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi\right\},k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{3}+k2\pi\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{4}+k2\pi\right\}$

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=\tan 3x$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\right\},k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\},k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\right\}$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=\tan(2x-1)$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{3}\right\},k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\right\},k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}\right\}$

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\cot(3x+\pi)}$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{k\pi}{3}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{k\pi}{3}\right\}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3};\frac{k\pi}{3}\right\}$

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y=tan\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{k\pi}{3}\right\}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}\right\}$

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=cot\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{3}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\right\}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\right\}$

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\cot(3x-2)-1}$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{2}{3}+\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{k\pi}{3}\right\}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{2}{3}+\frac{k\pi}{3}\right\}$ **D.** Chọn cả A và C

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x-2\tan x-\sqrt{3}\cos x+2\sqrt{3}}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\right\}$
B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi;\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)\right\}$
C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\right\}$
D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\right\}$

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}+\sin x}{1-\cos x}}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$
B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$
C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$
D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3-2\cos 5x}{\left|1+\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)\right|}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$
B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$
C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$
D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$

Câu 20. Tất cả các giá trị m để hàm số $y=\sqrt{2m+1-\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là

A. $m\ge 0$ **B.** $m\le 1$ **C.** $m\ge 1$ **D.** $m\ge -1$

Câu 21. Tất cả các giá trị m để hàm số $y=\sqrt{\dfrac{m-1}{m}-2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là

A. $-1\le m<0$ **B.** $0<m<2$ **C.** $-3<m<0$ **D.** $0<m<1$

Câu 22. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\sqrt{1-m^2+2m\sin x}$ xác định trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

II. TẬP GIÁ TRỊ

Câu 1. Tập giá trị của hàm số $y=3\sin\left(5x-\dfrac{\pi}{6}\right)-10$ là

A. $\left[-10;7\right]$ **B.** $\left[-13;7\right]$ **C.** $\left[-13;-7\right]$ **D.** $\left[-10;-7\right]$

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y = f(x) = 4\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

A. $[-1;2]$ **B.** $[-4;1]$ **C.** $[1;4]$ **D.** $[-4;4]$

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = \tan(x-2)$

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ **D.** $\mathbb{R}$

Câu 4. GTLN và GTNN của hàm số $y = \frac{1+4\cos^2 x}{3}$ lần lượt là

A. $\frac{5}{3};0$ **B.** $\frac{5}{3};\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{4}{3};1$ **D.** $\frac{5}{3};\frac{2}{3}$

Câu 5. Tập giá trị của hàm số $y = -3 + 2\cos^2\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$

A. $[-3;1]$ **B.** $[-1;2]$ **C.** $[-5;-1]$ **D.** $[-3;-1]$

Câu 6. Kết luận nào sau đây là đúng về hàm số $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$?

A. Hàm số có tập giá trị $[1;+\infty)$

B. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và giá trị lớn nhất bằng 3.

Câu 7. Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{\sin(5x-2) - \frac{3}{4} + 3}$

A. $\left[3;\frac{13}{4}\right]$ **B.** $\left[3;\frac{7}{2}\right]$ **C.** $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ **D.** $\left[3;\frac{7}{4}\right]$

Câu 8. Gọi S là tập giá trị của $y = \frac{\sin^2 x}{2} + 3 - \frac{3}{4}\cos 2x$. Khi đó tổng các giá trị nguyên của S là

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 7

Câu 9. Tổng GTLN, GTNN của hàm số: $y = 3 - \sqrt{1-\cos x}$ bằng

A. $6-\sqrt{2}$ **B.** $4+\sqrt{2}$ **C.** $4-\sqrt{2}$ **D.** $2+\sqrt{2}$

Câu 10. Tập giá trị của hàm số $y = 4 - 3|\sin 5x|$

A. $[0;3]$ **B.** $[3;4]$ **C.** $[1;4]$ **D.** $[0;4]$

Câu 11. tổng MIN và MAX của hàm số $y = \frac{3}{1+2\sin^2 x}$ là

A. 3 **B.** 4 **C.** $\frac{9}{2}$ **D.** $\frac{13}{3}$

Câu 12. Tập giá trị của hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{1-|\sin x|}}$ là

A. $[1;+\infty)$ **B.** $[2;+\infty)$ **C.** $[2;3]$ **D.** $[1;2]$

Câu 13. Tập giá trị của hàm số $y=\cos 2x+\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

A. $[-2;2]$ **B.** $[-2;\sqrt{3}]$ **C.** $[-\sqrt{3};\sqrt{3}]$ **D.** $[-1;1]$

Câu 14. Tổng MIN và MAX của hàm số: $y=f(x)=4-3\cos x$ với $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]$ là

A. $\frac{11}{2}$ **B.** $\frac{13}{2}$ **C.** $\frac{14}{3}$ **D.** 7

Câu 15. Gọi S là tập giá trị của hàm số $y=f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$. Khi đó tập S có số phần tử nguyên là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 16. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y=f(x)=\cot\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ với $x\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$

A. -1 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Câu 17. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y=f(x)=4\cos^2 x+\cos x-1$

A. 5 **B.** $\frac{43}{16}$ **C.** $\frac{47}{16}$ **D.** $\frac{81}{16}$

Câu 18. Tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$

A. $[0;+\infty)$ **B.** $[1;+\infty)$ **C.** $[0;1]$ **D.** $[1;2]$

Câu 19. Gọi S là tập giá trị của hàm số $y=3-4\sin^2 x\cos^2 x$. Số phần tử nguyên của S là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 20. Cho hàm số $y=2\sin^2 x-\cos 2x$. Khi đó tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số bằng

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** $2+\sqrt{2}$

Câu 21. Tổng min max của hàm số $y=f(x)=\sin^2 x+\frac{3}{2}\cos 2x+5$ là

A. $\frac{13}{2}$ **B.** 11 **C.** 12 **D.** $\frac{19}{2}$

Câu 22. Tập giá trị của hàm số $y=\sin\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ bằng

A. $[0;+\infty)$ **B.** R **C.** $[-1;1]$ **D.** $[-1;1)$

Câu 23. Hàm số $y=|\sin x|$ có tập giá trị là

A. R **B.** $\left[-1;1\right]$ **C.** $\left[0;1\right]$ **D.** $\left[0;+\infty\right)$

Câu 24. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3-2\sin x$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ lần lượt bằng

A. 3 và 0 B. 3 và 1 C. 5 và 1 D. 1 và 0

Câu 25. Hàm số $y=\cos\frac{x}{2}$ có tập giá trị trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là

A. $\left[-1;1\right]$ **B.** $\left[0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ **C.** $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$ **D.** $\left[0;1\right]$

Câu 26. Hàm số $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có tập giá trị trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};0\right)$ bằng

A. $\left[0;1\right)$ **B.** $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ **C.** $\left[0;1\right]$ **D.** $\left(0;1\right]$

Câu 27. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y=f\left(x\right)=4\tan^2 x$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ bằng

A. 1 **B.** $4+\sqrt{2}$ **C.** 4 **D.** $\frac{9}{2}$

Câu 28. Với giá trị nào sau đây của m thì hàm số $y=m\sqrt{\sin 2x}$ và hàm số $y=\cos x-1$ có cùng tập giá trị

A. -1 **B.** -2 **C.** 1 **D.** 2

Câu 29. Tổng MIN và MAX của hàm số $y=\sqrt{\sin x+1}-\cos\left(3x-\frac{3\pi}{2}\right)$ là

A. $1+\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{2}-1$ **D.** $2+\sqrt{2}$

Câu 30. Với $2\le m\le\frac{5}{2}$ thì tổng GTLN + GTNN của hàm số: $y=\sin^2 x-4\left(m-2\right)\cos x+2m$ theo tham số m là

A. $4m^2-16m+25$ **B.** $-4m^2+20m-25$ **C.** $4m$ **D.** $4m-16$

Một số bài tập bổ sung

1/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y=\sin^3 x.\cos x-\cos^3 x.\sin x$

2/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y=\cos^4 x+\sin^4 x$

3/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y=4\sin^2 x+2\cos^2 x$

4/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y=\sin x+\cos x$

5/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y=\sin x-\cos x$

6/ Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(\cos^2 x+\dfrac{1}{\cos^2 x}\right)^2+\left(\sin^2 x+\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)^2$

7/ Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(\cos x+\sin x\right)^3+\dfrac{1}{\cos^2 x.\sin^2 x}$

8/ Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{1+2\cos^2 x}+\sqrt{1+3\sin^2 x}$

9/ $y=\dfrac{1}{\sin x-1}+\tan x$

10/ $y=\dfrac{\cos x+1}{\cos 2x.\sin 4x}$

3. TÍNH CHẴN LẺ

Câu 1. Hàm số $y=2x-\sin 3x$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Câu 2. Xác định tính chẵn lẻ hàm số $y=1+2x^2-\cos 3x$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Câu 3. Xác định tính chẵn lẻ hàm số $y=2-\sin x\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-2x\right)$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Câu 4. Xác định tính chẵn lẻ hàm số $y=|x|\cos\left(2x+\dfrac{3\pi}{2}\right)-x$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Câu 5. Cho hàm số $y=\sqrt{\cos x}$ xét trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Câu 6. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=|\sin x+x|$
B. $y=x^2\sin x$
C. $y=\dfrac{x}{\cos x}$
D. $y=x^2+x\cos x-1$

Câu 7. Trong các hàm số $y=4x^2-\sin|3x|$; $y=\tan x-2\cos 3x$; $y=\sin x\cos^2 x+\tan x$ có bao nhiêu hàm số lẻ

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 8. Tổng tất cả các số nguyên của $m \in [-1;5]$ thỏa mãn hàm số $y = m + \cos x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 3x\right)$ là hàm số chẵn là

A. 6 **B.** 14 **C.** 12 **D.** 6

Câu 9. Hàm số $y = \frac{|x|\sin 2x}{\cos^3 2x}$ là hàm số

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Câu 10. Hàm số $y = \frac{2\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 5\tan(x + 3\pi)}{2 - \cos 2x}$

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Oy

Câu 11. Gọi m và n lần lượt là số hàm số chẵn và số hàm số lẻ tròn các hàm dưới

I. $y = 3\sin x.\cos(2x^3)$
II. $y = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$
III. $y = \frac{x}{\sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)}$
IV. $y = 1 + \tan(x - \pi)$

khi đó $m - n$ bằng

A. 1 **B.** 0 **C.** -1 **D.** -3

Câu 12. Hàm số nào sau đây có bao nhiêu hàm số chẵn

I. $y = \left|\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin x\right|$
II. $y = \cot\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) - \cos(2x + \pi)$
III. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$
IV. $y = \sin(3x^2) - \cos x$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 13. Xác định tất cả các giá trị m để hàm số $y = \tan x - 2(m^2 - 1)\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ là hàm số lẻ

A. $m = \pm 2$ **B.** $m = \pm 1$ **C.** $m = \pm\sqrt{2}$ **D.** $m = \pm\frac{1}{2}$

Câu 14. Cho hàm số $y = (n - 3)\cot x + (m^2 - 2)x\cos(x + \pi) + mnx$ là

a. Tổng bình phương tất cả các giá trị m và n để hàm số trên là hàm số chẵn

A. 2 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 4

b. Số các giá trị nguyên của n để hàm số trên là hàm số lẻ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

4.TÍNH TUẦN HOÀN

Câu 1. Chu kỳ của hàm số $y=\sin(2x-1)$ là

A. $T=2\pi$ **B.** $T=\pi$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=4\pi$

Câu 2. Chu kỳ của hàm số $y=1-\cos\left(3x-\frac{\pi}{5}\right)$ là

A. $T=\frac{2\pi}{3}$ **B.** $T=\frac{\pi}{3}$ **C.** $T=\frac{\pi}{5}$ **D.** $T=6\pi$

Câu 3. Chu kỳ của hàm số $y=2\tan\left(-4x-\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $T=-\frac{\pi}{2}$ **B.** $T=-\frac{\pi}{4}$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=\frac{\pi}{4}$

Câu 4. Chu kỳ của hàm số $y=\cot\left(-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)+1$ là

A. $T=-\frac{\pi}{4}$ **B.** $T=\frac{\pi}{4}$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=2\pi$

Câu 5. Chu kỳ của hàm số $y=\cos^2 x+\tan(2x-\pi)$

A. $T=\pi$ **B.** $T=2\pi$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=3\pi$

Câu 6. Chu kỳ của các hàm số $y=2\cos^2 x+\sin^2 2x$ là

A. $T=\pi$ B. $T=2\pi$ C. $T=\frac{\pi}{2}$ D. $T=3\pi$

Câu 7. Hàm số $y=\cos^2 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. 3π B. π C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{2}$

Câu 8. Hàm số $y=\sin 2x+\cos 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. π B. 2π C. 3π D. 4π

Câu 9. Hàm số $y=\sin\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{3}$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. 2π B. 6π C. 9π D. 12π

Câu 10. Hàm số $y=\cos 3x.\cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

Câu 11. Hàm số $y=\sin 5x.\sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. π B. 2π C. 3π D. 5π

Câu 12. Hàm số $y=2\sin^2 x+3\cos^2 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. π B. 2π C. 3π D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 13. Hàm số $y=\cos(2x+1)-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2x}{m}-3\right)$, với $m\in\mathbb{N}^*$ là hàm số tuần hoàn với chu kì là 3π thì giá trị m bằng

A. 1 B. 3 C. 6 D. 2

Câu 14. Hàm số $y=2\tan\frac{x}{m}-3\cot\frac{x}{n}$, $m,n\in\mathbb{N}^*$, Có bao nhiêu cặp $(m;n)$ để hàm số có chu kì là 12π

A. 13 B. 15 C. 8 D. 9

Câu 15. Để hàm số $y=\cos mx+\cos\frac{x}{n}$, $m,n\in\mathbb{N}^*, m<5$ có chu kì là $T=6\pi$ thì số cặp (m,n) thỏa mãn là

A. 3 B. 6 C. 8 D. 4

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Giáo viên: Lê Đức Thiệu

Tài liệu được biên soạn rất tâm huyết với

- 4 cấp độ Nhận biết – Thông hiểu – Vận dụng – Vận dụng cao trong từng vấn đề
- Bao phủ các dạng bài có thể xuất hiện trong các bài kiểm tra, các đề thi
- Đa dạng cách hỏi (khó sử dụng casio để thử trong các bài toán hay & khó)
- Có kết hợp sử dụng casio giải nhanh

"Hi vọng tài liệu sẽ góp phần giúp các bạn học tốt và thích ứng với hình thức trắc nghiệm Toán 11"

I. TẬP XÁC ĐỊNH

BÀI TẬP NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=5\sin x-\sqrt{2}\cos x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ **C.** $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}$

Hướng dẫn

Do $\sin x,\cos x$ đều xác định trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $y=5\sin x-\sqrt{2}\cos x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Chọn đáp án C.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{2}\sin(2x-1)-\cos(x^2-3)$

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ **C.** $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}$

Hướng dẫn

Do $\sin(2x-1);\cos(x^2-3)$ đều xác định trên $\mathbb{R}$ nên hàm số có TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Chọn đáp án C.

Tổng quát 1. Hàm $y=a\sin(f(x))+b\cos(g(x)),(a,b\in\mathbb{R})$, với $f(x),g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thì hàm số luôn có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\sin\sqrt{2x-4}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **B.** $[2;+\infty)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$

Hướng dẫn

Ta có $\sqrt{2x-4}$ có TXĐ là $D=[2;+\infty)$ khi đó **Chọn đáp án B.**

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\cos\sqrt{x^2-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus(-1;1)$ **B.** $[-1;1]$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

Hướng dẫn

Ta có $x^2-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1,x\le -1$

Vậy hàm số có TXĐ là $D=\mathbb{R}\setminus(-1;1)$ khi đó **Chọn đáp án A.**

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=\sin\frac{1}{x-2}+\cos\sqrt{9-x^2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus(-3;3)$ **B.** $[-3;3]$ **C.** $[-3;3]\setminus\{2\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-3,3,2\}$

Hướng dẫn

Ta có

$x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq 2$

$9-x^2\geq 0\Leftrightarrow -3\leq x\leq 3$

Vậy hàm số có TXĐ là $[-3;3]\setminus\{2\}$ khi đó **Chọn đáp án C.**

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\sin\sqrt{x^2+3x-4}$ là

A. $(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$ **B.** $(-4;1)$

C. $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-4]\cup[1;+\infty)$

Hướng dẫn

Xét $x^2+3x-4\geq 0\Leftrightarrow(x-1)(x+4)\geq 0$

Sử dụng quy tắc “trong trái, ngoài cùng” ta được $x\geq 1, x\leq -4$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=3\sin\frac{1}{\sqrt{x+2}}-2\cos(1-x^2)$ là

A. $[-2;+\infty)$ **B.** $(-2;+\infty)$ **C.** $[-1;1]$ **D.** $[-2;1]$

Hướng dẫn

Ta có $\sin\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ xác định khi $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$

$\cos(1-x^2)$ **luôn xác định với mọi** $x\in\mathbb{R}$

Vậy hàm số có TXĐ là $D=[-2;+\infty)$ khi đó **Chọn đáp án B.**

Tổng quát 2. Tập xác định của hàm $y=a\sin(f(x))+b\cos(f(x))$ chính là TXĐ của $y=f(x)$

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{2-\cos x}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi\}, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}, k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Hướng dẫn

Ta có $-1\leq\cos x\leq 1\Rightarrow 2-\cos x>0$. **Chọn đáp án C.**

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{1+\sin x}$

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi\right\}, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}, k\in\mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$

Hướng dẫn

Ta có $\sin x \neq -1 \Rightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **Chọn đáp án D.**

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\sin x\cos x}}$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \right\}$

Hướng dẫn

Ta có hàm số xđ khi

$1 - 2\sin x\cos x > 0 \Leftrightarrow 1 - \sin 2x > 0$

$\Leftrightarrow \sin 2x \neq 1$

$\Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Vậy chọn **Chọn đáp án B.**

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \tan 3x$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \right\}$

Hướng dẫn

Từ điều kiện

$\tan x \longrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\Rightarrow \tan A \longrightarrow A \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\Rightarrow \tan 3x \longrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \tan(2x - 1)$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \right\}$

Hướng dẫn

Từ điều kiện

$$\tan x \longrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Rightarrow \tan A \longrightarrow A \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Rightarrow \tan(2x-1) \longrightarrow 2x - 1 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$$

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\cot(3x+\pi)}$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{k\pi}{3} \right\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{k\pi}{3} \right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \right\}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}; \dfrac{k\pi}{3} \right\}$

Hướng dẫn

Từ điều kiện

$$\cot x \xrightarrow{xd} x \neq k\pi$$

$$\Rightarrow \cot A \xrightarrow{xd} A \neq k\pi$$

$$\Rightarrow \cot(3x+\pi) \xrightarrow{xd} 3x + \pi \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{3}$$

Dó là hàm $y = \dfrac{1}{\cot(3x+\pi)} \Rightarrow$ cần thêm điều kiện

$$\cos(3x+\pi) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \pi \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$$

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = tan\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \right\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{k\pi}{3} \right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{3} + k\pi \right\}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{2} \right\}$

Hướng dẫn

Từ điều kiện

$$\tan x \longrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Rightarrow \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi$$

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = cot\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{3} \right\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2} \right\}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi\right\}$

Hướng dẫn

$\cot x\xrightarrow{xd}x\neq k\pi$

$\Rightarrow \cot A\xrightarrow{xd}A\neq k\pi$

$\Rightarrow \cot\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\xrightarrow{xd}2x-\frac{\pi}{3}\neq k\pi \Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}$

$(x-1)(x+4)\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1, x\leq -4$

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\cot(3x-2)-1}$

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{2}{3}+\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{k\pi}{3}\right\}$

C. $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{2}{3}+\frac{k\pi}{3}\right\}$ D. Chọn cả A và C

Hướng dẫn

Từ điều kiện

$\cot x\xrightarrow{xd}x\neq k\pi$

$\Rightarrow \cot A\xrightarrow{xd}A\neq k\pi$

$\Rightarrow \cot(3x-2)\xrightarrow{xd}3x-2\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq\frac{2}{3}+\frac{k\pi}{3}$

Xét

$\cot(3x-2)-1\neq 0\Leftrightarrow \cot(3x-2)\neq 1$

$\Leftrightarrow 3x-2\neq\frac{\pi}{4}+k\pi$

$\Leftrightarrow x\neq\frac{2}{3}+\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sin x-2\tan x-\sqrt{3}\cos x+2\sqrt{3}}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{x=\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbb{Z})\right\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\left\{x=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})\right\}$

Hướng dẫn

Xét $\sin x-2\tan x-\sqrt{3}\cos x+2\sqrt{3}=0$

$\Leftrightarrow (\cos x-2)(\tan x-\sqrt{3})=0$

$\Leftrightarrow \tan x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi (k\in \mathbb{Z})$

Xét điều kiện của $\tan x \to x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

$\Rightarrow$ TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash \left\{\frac{\pi}{3}+k\pi; \frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{\sqrt{2}+\sin x}{1-\cos x}}$

A. $D=\mathbb{R}\backslash \left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in \mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\backslash \{k2\pi, k\in \mathbb{Z}\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash \left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\backslash \{\pi+k2\pi, k\in \mathbb{Z}\}$

Hướng dẫn

Ta có $-1\le \sin x\le 1$ và $-1\le \cos x\le 1$ nên $\sqrt{2}+\sin x>0$ và $\cos x+1\ge 0$.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{\sqrt{2}+\sin x}{1-\cos x}\ge 0\\ 1-\cos x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \cos x\neq 1 \Leftrightarrow x\neq k2\pi, k\in \mathbb{Z}$.

Tập xác định là $D=\mathbb{R}\backslash \{k2\pi, k\in \mathbb{Z}\}$.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{3-2\cos 5x}{\left|1+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right|}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\backslash \left\{\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in \mathbb{Z}\right\}$

B. $D=\mathbb{R}\backslash \left\{\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in \mathbb{Z}\right\}$

C. $D=\mathbb{R}\backslash \left\{-\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D=\mathbb{R}\backslash \left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in \mathbb{Z}\right\}$

Hướng dẫn

Ta có $-1\le \cos 2x\le 1$ nên $3-2\cos 5x>0$.

Mặt khác $\left|1+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right|\ge 0$.

Hàm số xác định

$\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{3-2\cos 5x}{\left|1+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right|}\ge 0\\ 1+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\neq -1 \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}\neq -\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x\neq -\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in \mathbb{Z}$.

Tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 20. Tất cả các giá trị m để hàm số $y=\sqrt{2m+1-\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là

A. $m\ge 0$ **B.** $m\le 1$ **C.** $m\ge 1$ **D.** $m\ge -1$

Hướng dẫn

Hàm số $y=\sqrt{2m+1-\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2m+1-\cos x\ge 0\forall x\Leftrightarrow \cos x\le 2m+1\forall x\Leftrightarrow 2m+1\ge 1\Leftrightarrow m\ge 0$

Cách 2: thử ngược

Chọn $m=-1\Rightarrow y=\sqrt{-1-\cos x}$ không xác định trên R do $-1-\cos x\le 0\forall x$. Loại B, D

Chọn $m=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\sqrt{2-\cos x}$ xác định trên R do $2-\cos x\ge 0\forall x$. **Chọn đáp án A.**

Câu 21. Tất cả các giá trị m để hàm số $y=\sqrt{\frac{m-1}{m}-2\cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là

A. $-1\le m<0$ **B.** $0<m<2$ **C.** $-3<m<0$ **D.** $0<m<1$

Hướng dẫn

Hàm số $y=\sqrt{\frac{m-1}{m}-2\cos 2x}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \frac{m-1}{m}-2\cos 4x\ge 0\forall x$

$\Leftrightarrow \frac{m-1}{2m}\ge \cos 4x\forall x$

$\Leftrightarrow \frac{m-1}{2m}\ge 1$

$\Leftrightarrow \frac{m-1}{2m}-1\ge 0\Leftrightarrow \frac{-m-1}{2m}\ge 0\Leftrightarrow -1\le m<0$

Cách 2: Chọn $m=-1\Rightarrow y=\sqrt{2-2\cos 4x}=\sqrt{2(1-\cos 4x)}$ luôn xác định trên $\mathbb{R}$ do $1-\cos 4x\ge 0\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ loại B, D

Chọn $m=-2\Rightarrow y=\sqrt{\frac{3}{2}-2\cos 4x}$ dễ thấy khi $\cos 4x=1\Rightarrow$ hàm số không xác định , loại C.

Câu 22. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\sqrt{1-m^2+2m\sin x}$ xác định trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

Hàm số $y=\sqrt{1-m^2+2m\sin x}$ xác định

$\Leftrightarrow 1-m^2+2m\sin x\ge 0,\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$\Leftrightarrow 2m\sin x\ge m^2-1,\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right](*)$

+ với $m>0\Rightarrow(*)\Leftrightarrow \sin x\ge \frac{m^2-1}{2m},\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2-1}{2m}\le 0\Leftrightarrow m^2-1\le 0\Leftrightarrow 0<m\le 1$$

+ với $m<0\Rightarrow(*)\Leftrightarrow \sin x\le \frac{m^2-1}{2m},\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2-1}{2m}\ge 1\Leftrightarrow \frac{m^2-1-2m}{2m}\ge 0\Leftrightarrow m^2-1-2m\le 0\Leftrightarrow 1-\sqrt{2}\le m<0$$

+ Với $\mathrm{m}=0\Rightarrow \mathrm{y}=1$ luôn xác định trên $\mathbb{R}$

Vậy $1-\sqrt{2}\le m\le 1\Rightarrow m=0,m=1$ là 2 giá trị nguyên.

CH1 trên page. Tập xác định của hàm số: $y=\sqrt{\sqrt{3}+2\cos x}$

Hướng dẫn

$\sqrt{3}+2\cos x\ge 0\Leftrightarrow \cos x\ge -\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{5\pi}{6}$, đến đây nhiều bạn hay mắc sai lầm

$\cos x\ge -\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{5\pi}{6}\Leftrightarrow x\ge\frac{5\pi}{6}$, nên kết luận luôn TXĐ là: $\left[\frac{5\pi}{6};+\infty\right)$.

Cách suy luận trên là sai, với bất đẳng thức lượng giác nó khá nhạy cảm, cần thuần thục sử dụng đường tròn lượng giác để giải (nên những dạng toán này ít xuất hiện trong các đề thi) nếu có ra thì đề ở mức nhè nhẹ :D

Lời giải đúng:

Dựa vào đường tròn lượng giác ta thấy với $x\in\left(\frac{5\pi}{6}+k2\pi;\frac{7\pi}{6}+k2\pi\right)$ thì $\cos x\in\left(-1;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, nên

$\cos x\ge -\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow x\notin\left(\frac{5\pi}{6}+k2\pi;\frac{7\pi}{6}+k2\pi\right)$

Vậy tập xác định của của hàm số là: $\mathbb{R}\backslash\left(\frac{5\pi}{6}+k2\pi;\frac{7\pi}{6}+k2\pi\right)$

II. TẬP GIÁ TRỊ

Câu 1. Tập giá trị của hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) - 10$ là

A. $[-10;7]$ **B.** $[-13;7]$ **C.** $[-13;-7]$ **D.** $[-10;-7]$

Hướng dẫn

$3.(-1) - 10 \le 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) - 10 \le 3.(1) - 10$

$\Rightarrow -13 \le y \le -7$

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y = f(x) = 4\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

A. $[-1;2]$ **B.** $[-4;1]$ **C.** $[1;4]$ **D.** $[-4;4]$

Hướng dẫn

Ta có: $-1 \le \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \le 1 \Rightarrow -4 \le 4\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \le 4$

Ta có : $y = -4$ khi : $x = \frac{3\pi}{8}$; $y = 4$ khi : $x = -\frac{\pi}{8}$

Kết luận: $\min y = f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = -4$, $\max y = f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 4$

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = \tan(x - 2)$

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ **D.** $\mathbb{R}$

Hướng dẫn

Tổng quát: Nếu $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thì hàm số $y = \tan(f(x))$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$

Với $f(x) = x - 2 \Rightarrow \tan(x - 2)$ có có tập giá trị là $\mathbb{R}$

Câu 4. GTLN và GTNN của hàm số $y=\dfrac{1+4\cos^2 x}{3}$ lần lượt là

A. $\dfrac{5}{3};0$ **B.** $\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{4}{3};1$ **D.** $\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3}$

Hướng dẫn

$0\le \cos^2 x\le 1$

$\Rightarrow 0\le 4\cos^2 x\le 4$

$\Rightarrow 1+0\le 1+4\cos^2 x\le 1+4$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\le \dfrac{1+4\cos^2 x}{3}\le \dfrac{1+4}{3}$

Câu 5. Tập giá trị của hàm số $y=-3+2\cos^2\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

A. $[-3;1]$ **B.** $[-1;2]$ **C.** $[-5;-1]$ **D.** $[-3;-1]$

Hướng dẫn

$0\le \cos^2\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)\le 1$

$\Rightarrow 0\le 2\cos^2\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)\le 2$

$\Rightarrow -3\le -3+2\cos^2\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)\le -1$

Câu 6. Kết luận nào sau đây là đúng về hàm số $y=2\sqrt{\cos x}+1$?

A. Hàm số có tập giá trị $[1;+\infty)$

B. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và giá trị lớn nhất bằng 3.

Hướng dẫn

Đáp án A sai vì hàm số $y=2\sqrt{\cos x}+1$ xác định khi $\cos x\ge 0\Leftrightarrow k2\pi\le x\le \pi+k2\pi$

Ta có $0\le \sqrt{\cos x}\le 1\Rightarrow 0\le 2\sqrt{\cos x}\le 2\Rightarrow 1\le 2\sqrt{\cos x}+1\le 3$

Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số là 1 khi $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Giá trị lớn nhất của hàm số là 3 khi $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi$

Chọn đáp án D.

Câu 7. Tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{\sin(5x-2)-\dfrac{3}{4}+3}$

A. $\left[3;\dfrac{13}{4}\right]$ **B.** $\left[3;\dfrac{7}{2}\right]$ **C.** $\left[0;\dfrac{7}{2}\right]$ **D.** $\left[3;\dfrac{7}{4}\right]$

Hướng dẫn

$\sin(5x-2)-\frac{3}{4}\le\frac{1}{4}$

$\Rightarrow 0\le\sqrt{\sin(5x-2)-\frac{3}{4}}\le\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 3\le\sqrt{\sin(5x-2)-\frac{3}{4}}+3\le 3+\frac{1}{2}$

Câu 8. Gọi S là tập giá trị của $y=\frac{\sin^2 x}{2}+3-\frac{3}{4}\cos 2x$. Khi đó tổng các giá trị nguyên của S là

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 7

Hướng dẫn

$y=\frac{\sin^2 x}{2}+3-\frac{3}{4}\cos 2x=\frac{1}{2}.\frac{1-\cos 2x}{2}+3-\frac{3}{4}\cos 2x=\frac{13}{4}-\cos 2x$

$\Rightarrow -1\le\cos 2x\le 1$

$\Rightarrow -1\le-\cos 2x\le 1$

$\Rightarrow \frac{9}{4}\le\frac{13}{4}-\cos 2x\le\frac{17}{4}$

$\Rightarrow S=\left[\frac{9}{4};\frac{17}{4}\right]$

Vậy các giá trị nguyên của S là : $3;4\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 9. Tổng GTLN, GTNN của hàm số: $y=3-\sqrt{1-\cos x}$ bằng

A. $6-\sqrt{2}$ **B.** $4+\sqrt{2}$ **C.** $4-\sqrt{2}$ **D.** $2+\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Ta có

$-1\le\cos x\le 1$

$\Rightarrow 0\le 1-\cos x\le 2$

$\Rightarrow 0\le\sqrt{1-\cos x}\le\sqrt{2}$

$\Rightarrow 0\ge-\sqrt{1-\cos x}\ge-\sqrt{2}$

$\Rightarrow 3\ge 3-\sqrt{1-\cos x}\ge 3-\sqrt{2}$

Vậy $\text{Max}y=3$ đạt được $\Leftrightarrow\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

$\text{Min}y=3-\sqrt{2}$ đạt được $\Leftrightarrow\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **Chọn đáp án A.**

Câu 10. Tập giá trị của hàm số $y=4-3|\sin 5x|$

A. $[0;3]$ **B.** $[3;4]$ **C.** $[1;4]$ **D.** $[0;4]$

Hướng dẫn

$0\le|\sin 5x|\le 1$

$\Rightarrow 0\ge-3|\sin 5x|\ge-3$

$\Rightarrow 4\ge 4-3|\sin 5x|\ge 4-3$

$\Rightarrow 4\ge 4-3|\sin 5x|\ge 1$

Câu 11. tổng MIN và MAX của hàm số $y=\dfrac{3}{1+2\sin^2 x}$ là

A. 3 **B.** 4 **C.** $\dfrac{9}{2}$ **D.** $\dfrac{13}{3}$

Hướng dẫn

$1\le 1+2\sin^2 x\le 3\Rightarrow \dfrac{3}{1}\ge \dfrac{3}{1+2\sin^2 x}\ge \dfrac{3}{3}$

Câu 12. Tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{2}{\sqrt{1-|\sin x|}}$ là

A. $[1;+\infty)$ **B.** $[2;+\infty)$ **C.** $[2;3]$ **D.** $[1;2]$

Hướng dẫn

$0\le \sqrt{1-|\sin x|}\le \sqrt{1-0}=1\Rightarrow 2\le \dfrac{2}{\sqrt{1-|\sin x|}}$

Câu 13. Tập giá trị của hàm số $y=\cos 2x+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

A. $[-2;2]$ **B.** $[-2;\sqrt{3}]$ **C.** $[-\sqrt{3};\sqrt{3}]$ **D.** $[-1;1]$

Hướng dẫn

Ta có $y=\cos 2x+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow 2\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

$-\sqrt{3}\le \sqrt{3}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\le \sqrt{3}$

Câu 14. Tổng MIN và MAX của hàm số: $y=f(x)=4-3\cos x$ với $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right]$ là

A. $\dfrac{11}{2}$ **B.** $\dfrac{13}{2}$ **C.** $\dfrac{14}{3}$ **D.** 7

Hướng dẫn

Ta có: $0\le x\le \dfrac{2\pi}{3}\Rightarrow 1\ge \cos x\ge -\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow 1\le 4-3\cos x\le \dfrac{11}{2}$ hay $1\le y\le \dfrac{11}{2}$, $\forall x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right]$

Ta có : $y=1$ khi : $x=0$, $y=\dfrac{11}{2}$ khi : $x=\dfrac{2\pi}{3}$

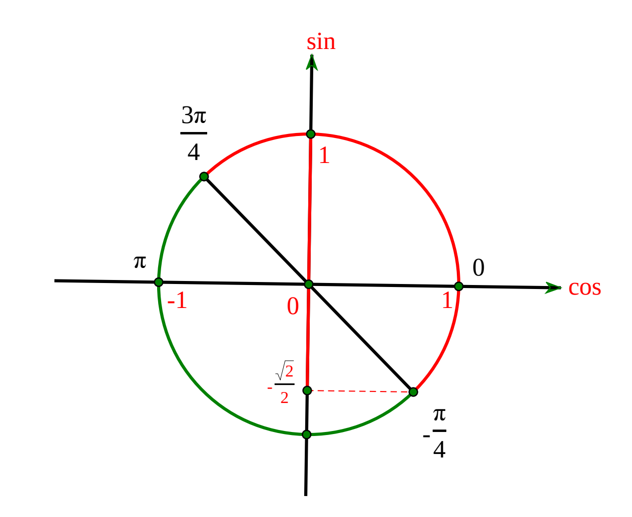
Kết luận: $\max\limits_{x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]} y=f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{11}{2}$, $\min\limits_{x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right]} y=f(0)=1$

Câu 15. Gọi S là tập giá trị của hàm số $y=f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ với $x\in\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$. Khi đó tập

S có số phần tử nguyên là

A. 0 **B.** 1

C. 2 **D.** 3



Hướng dẫn

Ta có: $-\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \le 2x + \frac{\pi}{4} \le \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{4} \le 2x + \frac{\pi}{4} \le \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow 1 \ge \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \ge -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow S = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$

Khi đó chỉ có 2 phần tử nguyên thuộc S.

Câu 16. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y = f(x) = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ với $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$

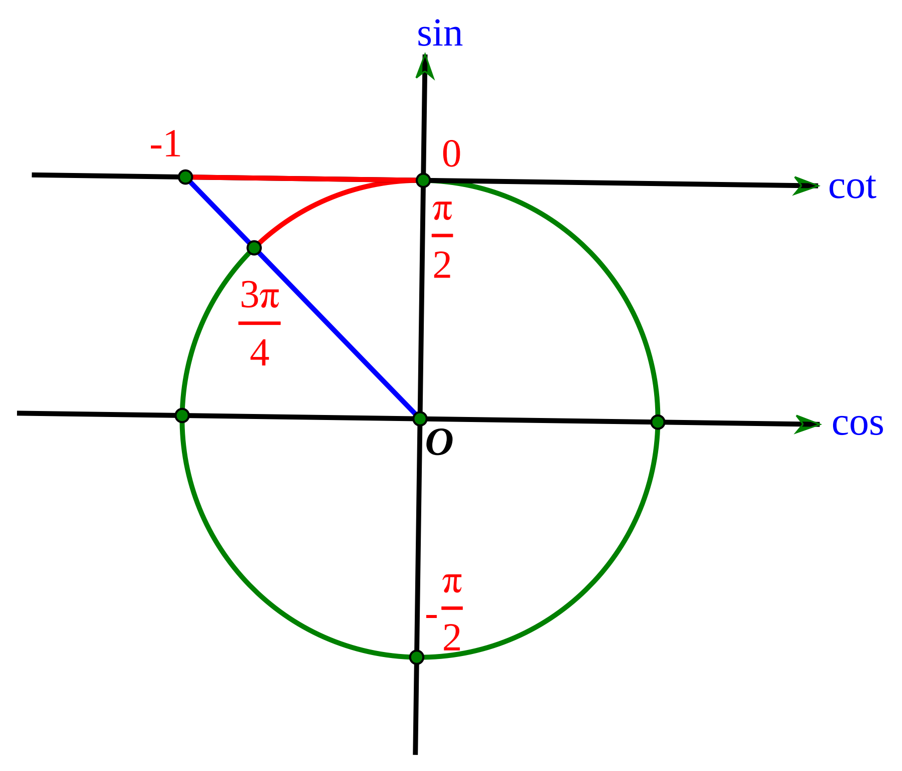
A. -1 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Hướng dẫn

Ta có: $\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \le x + \frac{\pi}{4} \le \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \le x + \frac{\pi}{4} \le \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow -1 \le \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \le 0$, do quan sát trên đường tròn lượng giác ta thấy

Với cung lượng giác từ $\frac{\pi}{2} \longrightarrow \frac{3\pi}{4}$ (tức cung màu đỏ trên đường tròn lượng giác như hình dưới) thì giá trị lượng giác của cot chạy từ $-1 \longrightarrow 0$



$\Rightarrow -1 \le y \le 0, \forall \left(x+\frac{\pi}{4}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$

Ta có : $y=-1$ khi : $x=\frac{3\pi}{4}; y=0$ khi : $x=-\frac{\pi}{2}$

Kết luận: $\min\limits_{x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]} y = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$, $\max\limits_{x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]} y = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Câu 17. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y=f(x)=4\cos^2 x+\cos x-1$

A. 5 **B.** $\frac{43}{16}$ **C.** $\frac{47}{16}$ **D.** $\frac{81}{16}$

Hướng dẫn

Ta có:

$y=f(x)=4\cos^2 x+\cos x-1$

$=(2\cos x)^2+2.2\cos x.\frac{1}{4}+\frac{1}{16}-\frac{17}{16}$

$=\left(2\cos x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{17}{16}$

Có $-1 \le \cos x \le 1$

$\Rightarrow -2 \le 2\cos x \le 2$

$\Rightarrow -2 + \frac{1}{4} \le 2\cos x + \frac{1}{4} \le 2 + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 0 \le \left(2\cos x + \frac{1}{4}\right)^2 \le \frac{81}{16}$

$\Rightarrow -\frac{17}{16} \le \left(2\cos x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{17}{16} \le 4$

Ta có : $\min y = -\frac{17}{16}, \max y = 4$

Câu 18. Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$

A. $[0;+\infty)$ **B.** $[1;+\infty)$ **C.** $[0;1]$ **D.** $[1;2]$

Hướng dẫn

Ta có: $\frac{1+\sin x}{1-\sin x} = -1 + \frac{2}{1-\sin x}$

$0 \le 1-\sin x \le 2$

$\Rightarrow 1 \le \frac{2}{1-\sin x}$

$\Rightarrow -1+1 \le -1 + \frac{2}{1-\sin x}$

$\Rightarrow 0 \le \sqrt{-1 + \frac{2}{1-\sin x}}$

Vậy tập giá trị của hàm số $[1;+\infty)$

Câu 19. Gọi S là tập giá trị của hàm số $y = 3 - 4\sin^2 x\cos^2 x$. Số phần tử nguyên của S là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

Ta có $y = 3 - 4\sin^2 x\cos^2 x = 3 - (2\sin x\cos x)^2 = 3 - \sin^2 2x$

$0 \le \sin^2 2x \le 1$ nên $-1 \le -\sin^2 2x \le 0 \Rightarrow 2 \le 3 - \sin^2 2x \le 3$.

Câu 20. Cho hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos 2x$. Khi đó tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số bằng

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** $2+\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Ta có $y = 2\sin^2 x - \cos 2x = 1 - 2\cos 2x$

Do $-2 \le -2\cos 2x \le 2 \Rightarrow -1 \le 1 - 2\cos 2x \le 3$

Vậy hàm số đạt $\min y = -1$, tại giá trị x thỏa mãn $\cos 2x = 1$

Vậy hàm số đạt $\max y = 3$, tại giá trị x thỏa mãn $\cos 2x = -1$

Câu 21. Tổng min max của hàm số $y = f(x) = \sin^2 x + \frac{3}{2}\cos 2x + 5$ là

A. $\frac{13}{2}$ **B.** 11 **C.** 12 **D.** $\frac{19}{2}$

Hướng dẫn

Tập xác định: $D = R$

$f(x) = \sin^2 x + \frac{3}{2}\cos 2x + 5 = \frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{3}{2}\cos 2x + 5 = \cos 2x + \frac{11}{2}$

Mặt khác ta lại có: $-1 \le \cos 2x \le 1 \Leftrightarrow -1 + \frac{11}{2} \le \cos 2x + \frac{11}{2} \le 1 + \frac{11}{2} \Leftrightarrow \frac{9}{2} \le \cos 2x + \frac{11}{2} \le \frac{13}{2}$

Vậy GTLN: $y = \frac{13}{2}$ khi $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in Z)$

GTNN: $y = \frac{9}{2}$ khi $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in Z)$

Câu 22. Tập giá trị của hàm số $y = \sin\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ bằng

A. $[0;+\infty)$ **B.** R **C.** $[-1;1]$ **D.** $[-1;1)$

Hướng dẫn

Trên đoạn $[-1;1)$ hàm số $y = \sin\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ xác định và khi đó biểu thức $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ có giá trị thuộc tập $[0;+\infty)$ nên dựa vào cách xác định giá trị hàm sin trên đường tròn lượng giác ta có tập giá trị của hàm số $y = \sin\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ bằng $[-1;1]$.

Câu 23. Hàm số $y = |\sin x|$ có tập giá trị là

A. R **B.** $[-1;1]$ **C.** $[0;1]$ **D.** $[0;+\infty)$

Hướng dẫn

Ta xét hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị bằng $[-1;1]$ nên $0 \le |\sin x| \le 1$. Do đó hàm số $y = |\sin x|$ có tập giá trị là $[0;1]$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 - 2\sin x$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ lần lượt bằng

A. 3 và 0 B. 3 và 1 C. 5 và 1 D. 1 và 0

Hướng dẫn

Trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ ta có $0 \le \sin x \le 1 \Rightarrow -2 \le -2\sin x \le 0 \Rightarrow 1 \le 3 - 2\sin x \le 3$.

Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là 3 khi $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 - 2\sin x$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là 1 khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 25. Hàm số $y = \cos\frac{x}{2}$ có tập giá trị trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là

A. $\left[-1;1\right]$ **B.** $\left[0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ **C.** $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$ **D.** $\left[0;1\right]$

Hướng dẫn

Vì $0\le x\le\frac{\pi}{2}\Rightarrow 0\le\frac{x}{2}\le\frac{\pi}{4}$, biểu diễn trên đường tròn lượng giác ta được $\frac{\sqrt{2}}{2}\le\cos\frac{x}{2}\le 1$. Vậy hàm số $y=\cos\frac{x}{2}$ có tập giá trị trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$.

Câu 26. Hàm số $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ có tập giá trị trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};0\right)$ bằng

A. $\left[0;1\right)$ **B.** $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ **C.** $\left[0;1\right]$ **D.** $\left(0;1\right]$

Hướng dẫn

Vì $-\frac{\pi}{4}\le x<0\Rightarrow 0\le x+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}$.

Khi đó theo cách xác định giá trị $\tan$ trên đường tròn lượng giác ta được $0\le\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)<1$

Câu 27. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số: $y=f\left(x\right)=4\tan^2 x$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ bằng

A. 1 **B.** $4+\sqrt{2}$ **C.** 4 **D.** $\frac{9}{2}$

Hướng dẫn

Ta có: $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)\le\tan x\le\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow -1\le\tan x\le 1$

$\Rightarrow 0\le\tan^2 x\le 1$

$\Rightarrow 0\le 4\tan^2 x\le 4$

$\Rightarrow 0\le y\le 1$, $\forall x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$. Ta có : $y=f\left(0\right)=0; y=f\left(\frac{\pi}{4}\right)=4$

Kết luận: $\min y=f\left(0\right)=0$, $\max y=f\left(4\right)=4$

Câu 28. Với giá trị nào sau đây của m thì hàm số $y=m\sqrt{\sin 2x}$ và hàm số $y=\cos x-1$ có cùng tập giá trị

A. -1 **B.** -2 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn

Trước hết ta tìm tập giá trị của hàm $y=\cos x-1$:

Ta có $-1\le\cos\ x\le 1\Rightarrow -2\le\cos x-1\le 0$. Vậy hàm $y=\cos x-1$ có tập giá trị bằng $\left[-2;0\right]$.

Mặt khác $0\le\sqrt{\sin 2x}\le 1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}0\le m\sqrt{\sin 2x}\le m, m\ge 0\\ m\le m\sqrt{\sin 2x}\le 0, m<0\end{array}\right.$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $m=-2$.

Câu 29. Tổng MIN và MAX của hàm số $y=\sqrt{\sin x+1}-\cos\left(3x-\dfrac{3\pi}{2}\right)$ là

A. $1+\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{2}-1$ **D.** $2+\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Ta có $\begin{cases}0\le\sqrt{\sin x+1}\le\sqrt{2}\\ -1\le -\cos\left(3x-\dfrac{3\pi}{2}\right)\le 1\end{cases}$

Nhận thấy $\begin{cases}0=\sqrt{\sin x+1}\Leftrightarrow \sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ -\cos\left(3x+\dfrac{3\pi}{2}\right)=-1\Leftrightarrow\cos\left(3x+\dfrac{3\pi}{2}\right)=1\Leftrightarrow 3x+\dfrac{3\pi}{2}=m2\pi\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{m2\pi}{3}\end{cases}$

Khi đó tồn tại giá trị $x=-\dfrac{\pi}{2}$ để đồng thời "dấu = xảy ra "

$\Rightarrow \min y=y\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-1$

Nhận thấy $\begin{cases}\sqrt{\sin x+1}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ -\cos\left(3x+\dfrac{3\pi}{2}\right)=1\Leftrightarrow\cos\left(3x+\dfrac{3\pi}{2}\right)=-1\Leftrightarrow 3x+\dfrac{3\pi}{2}=\pi+m2\pi\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{m2\pi}{3}\end{cases}$

$\dfrac{\pi}{2}+k2\pi=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{m2\pi}{3}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}+2k=-\dfrac{1}{6}+\dfrac{2m}{3}\Leftrightarrow 3+12k=-1+4m\Leftrightarrow 1=m-3k$

Dễ dàng chọn được $k=0, m=1$ thỏa mãn

Vậy tồn tại $x=\dfrac{\pi}{2}$ để $\begin{cases}\sqrt{\sin x+1}=\sqrt{2}\\ -\cos\left(3x+\dfrac{3\pi}{2}\right)=1\end{cases}\Rightarrow\max y=1+\sqrt{2}$

Câu 30. Với $2\le m\le\dfrac{5}{2}$ thì tổng GTLN + GTNN của hàm số: $y=\sin^2x-4\left(m-2\right)\cos x+2m$ theo tham số m là

A. $4m^2-16m+25$ **B.** $-4m^2+20m-25$ **C.** $4m$ **D.** $4m-16$

Hướng dẫn

Đây là 1 bài toán Vận dụng cao sẽ có nhiều cách hỏi xoay quanh với điều kiện m cho trước, nên thầy trình bày theo cách giải tổng quát:

TXĐ: $D=R$

$y=\sin^2 x-4(m-2)\cos x+2m=1-\cos^2 x-4(m-2)\cos x+2m$

$=-\cos^2 x-4(m-2)\cos x+2m+1$

Đặt $t=\cos x\Rightarrow -1\le t\le 1$ khi đó

$y=f(t)=-t^2-4(m-2)t+2m+1, t\in[-1;1]$, đây là một Prabol có bề lõm hướng xuống dưới và có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ hay $I(-2m+4;4m^2-14m+17)$. Giờ ta sẽ đi biện luận GTLN – GTNN của hàm số $y=f(t)=-t^2-4(m-2)t+2m+1, t\in[-1;1]$

Trường hợp 1. Đỉnh I nằm trong $[-1;1]$ hay $|-2m+4|\le 1\Leftrightarrow \frac{3}{2}\le m\le\frac{5}{2}(*)$

thì $\max f(t)=4m^2-14m+17$

Bây giờ ta đi xác định $\min f(t)$, xét

$f(1)-f(-1)=(-2m+8)-(6m-8)=-8m+16$

Nếu $-8m+16\ge 0\Leftrightarrow m\le 2$ kết hợp với $(*)\Rightarrow \frac{3}{2}\le m\le 2$ thì

$\Rightarrow \min f(t)=f(-1)=6m-8$.

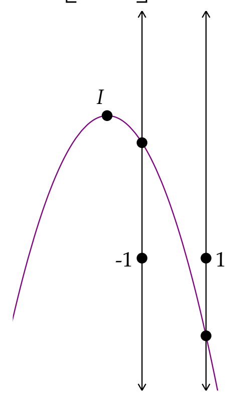
Nếu $-8m+16\le 0\Leftrightarrow m\ge 2$ kết hợp với $(*)\Rightarrow 2\le m\le\frac{5}{2}$ thì $\Rightarrow \min f(t)=f(1)=-2m+8$.

Trường hợp 2. Đỉnh I nằm ngoài $[-1;1]$ thì ta có 2 trường hợp như sau:

a. $-2m+4\le -1\Leftrightarrow \frac{5}{2}\le m$ thì

$\max f(t)=6m-8$ đạt tại $t=-1$

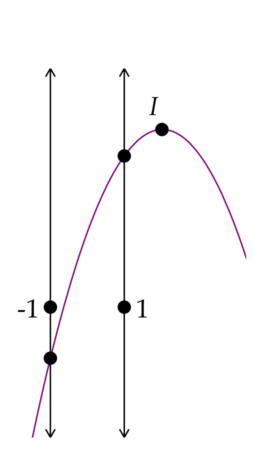
$\min f(t)=-2m+8$ đạt tại $t=1$



b. $-2m+4\ge 1\Leftrightarrow m\le\frac{3}{2}$

$\max f(t)=-2m+8$ đạt tại $t=1$

$\min f(t)=6m-8$ đạt tại $t=-1$



Kết luận:

- Nếu $\frac{3}{2}\le m\le 2$ thì $\max f(t)=4m^2-14m+17$ và $\min f(t)=f(-1)=6m-8$
- Nếu $2\le m\le\frac{5}{2}$ thì $\max f(t)=4m^2-14m+17$ và $\min f(t)=f(1)=-2m+8$
- Nếu $\frac{5}{2}\le m$ thì $\max f(t)=6m-8$ và $\min f(t)=-2m+8$
- Nếu $m\le\frac{3}{2}$ thì $\max f(t)=-2m+8$ và $\min f(t)=6m-8$

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(\cos^2 x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2+\left(\sin^2 x+\frac{1}{\sin^2 x}\right)^2(*)$

Hướng dẫn

$\left(*\right)=\cos^4 x+2+\dfrac{1}{\cos^4 x}+\sin^4 x+2+\dfrac{1}{\sin^4 x}$

$=\cos^4 x+\sin^4 x+\dfrac{1}{\cos^4 x}+\dfrac{1}{\sin^4 x}+4$

$=1-2\cos^2 x\sin^2 x+\dfrac{1-2\cos^2 x\sin^2 x}{\cos^4 x\sin^4 x}+4$

Đặt $t=\cos^2 x\sin^2 x=\dfrac{\sin^2 2x}{4};\left(\dfrac{1}{4}\ge t\ge 0\right)\Rightarrow y=1-2t+\dfrac{1-2t}{t^2}+4$

Có $t\le\dfrac{1}{4}\Rightarrow 1-2t\ge\dfrac{1}{2},t^2\le\dfrac{1}{16}\Rightarrow y\ge\dfrac{1}{2}+8+4=\dfrac{25}{2}\Rightarrow \min y=\dfrac{25}{2}$. Dấu = xảy ra tại $\sin^2 2x=1$

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(\cos x+\sin x\right)^3+\dfrac{1}{\cos^2 x.\sin^2 x}$

Hướng dẫn

Đặt $t=\sin x+\cos x\left(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2},t\ne\pm 1\right)\Rightarrow t^2=1+2\sin x\cos x\Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$

$\Rightarrow y=f\left(t\right)=t^3+\dfrac{4}{\left(t^2-1\right)^2}$. Có $t\ge-\sqrt{2}\Rightarrow t^3\ge-2\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\ge t\ge-\sqrt{2}\Rightarrow t^2\le 2\Rightarrow t^2-1\le 1\Rightarrow\left(t^2-1\right)^2\le 1\Rightarrow\dfrac{4}{\left(t^2-1\right)^2}\ge 4$

Vậy $y\ge-2\sqrt{2}+4\Rightarrow \min y=y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}+4$

III. TÍNH CHẴN LẺ

Câu 1. Hàm số .

A. Là hàm số không chẵn không lẻ **B.** Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn **D.** Đồ thị đối xứng qua Ox

$y = 2x - \sin 3x$

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có $f(x) = 2x - \sin 3x$.

$f(-x) = 2(-x) - \sin 3(-x) = -2x + \sin 3x = -(2x - \sin 3x) \Rightarrow f(-x) = -f(x), \forall x \in D$.

Vậy $y = 2x - \sin 3x$ là hàm số lẻ.

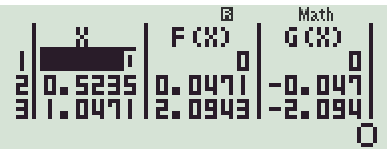
Cách 2 sử dụng MODE 7 : cách này dùng cho mọi hàm với cách bấm như sau
Với máy Fx-570VN PLUS nhập hàm

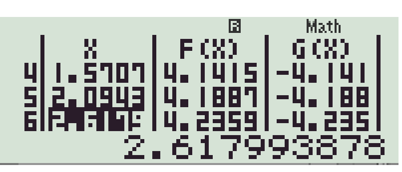
$F(x) = 2X - \sin 3X$; $G(x) = 2(-X) - \sin 3(-X)$

$\text{START}: 0$

$\text{END}: 2\pi$

$\text{STEP}: \dfrac{\pi}{6}$

Ta được bảng giá trị 



Nhận thấy các giá trị là đối nhau, nên hàm số đã cho là hàm số lẻ
Máy VN quá hợp với loại toán này, dễ so sánh kết luận.

Với máy Fx-570ES PLUS nhập hàm

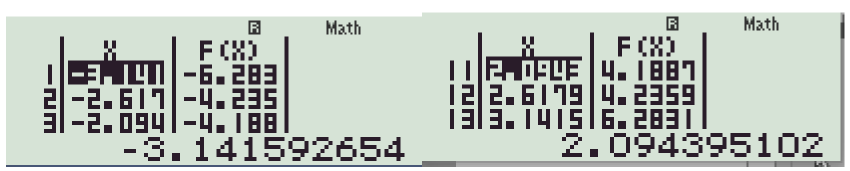
$START: -\pi$

$END: \pi$ RT: 0

$END: 2\pi$

$STEP: \frac{\pi}{6}$

$STEP: \frac{\pi}{6}$

Ta được bảng giá trị 

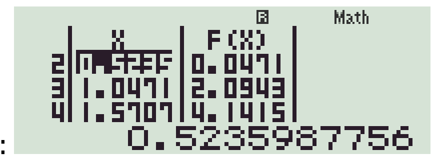
Nhận thấy giá trị đầu tiên (số 1) và cuối cùng (số 13) đối nhau

Nhận thấy giá trị đầu thứ 2(số 2) và gần cuối (số 12) đối nhau

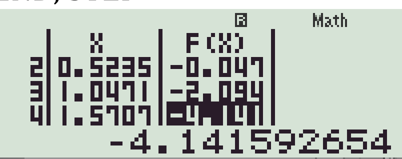
……………………………………………

Nên hàm đã cho là hàm lẻ

Chú ý: nếu bạn nào khó quan sát thì nhập riêng

Ta được kết quả: 

Nhấn AC nhập hàm $F(x) = 2(-X) - \sin(-3X)$, lúc này chỉ ấn bằng cho tới khi có bảng giá trị không cần chọn START, END, STEP

Ta được kết quả: 

So sánh dễ có hàm đã cho là hàm lẻ

Câu 2. Xác định tính chẵn lẻ hàm số $y = 1 + 2x^2 - \cos 3x$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ

B. Là hàm số lẻ

C. Là hàm số chẵn

D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Hướng dẫn

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với $x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có $f(x) = 1 + 2x^2 - \cos 3x$.

$$f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - \cos(-3x) = 1 + 2x^2 - \cos 3x$$

$\Rightarrow f(-x)=f(x), \forall x\in D$.

Vậy $y=1+2x^2-\cos 3x$ là hàm số chẵn.

Câu 3. Xác định tính chẵn lẻ hàm số $y=2-\sin x\cos\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ **B.** Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn **D.** Đồ thị đối xứng qua Ox

Hướng dẫn

Ta có $y=2-\sin x\cos\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)=2-\sin x\sin 2x$. $=\mathbb{R}$ $-x\in D$

Tập xác định . Với $x\in D$ thì .

Ta có $f(x)=2-\sin x\sin 2x$.

$f(-x)=2-\sin(-x)\sin(-2x)=2-\sin x\sin 2x$.

$\Rightarrow f(-x)=f(x), \forall x\in D$.

Vậy hàm y chẵn. $f(x), \forall x\in D$

Câu 4. Xác định tính chẵn lẻ hàm số $y=|x|\cos\left(2x+\frac{3\pi}{2}\right)-x$.

A. Là hàm số không chẵn không lẻ **B.** Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn **D.** Đồ thị đối xứng qua Ox

Hướng dẫn

Tập xác định . Với $x\in D$ thì .

$\cos\left(2x+\frac{3\pi}{2}\right)=\cos\left(2x+2\pi-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\sin 2x$

Ta có $y=f(x)=|x|\cos\left(2x+\frac{3\pi}{2}\right)-x=|x|\sin 2x-x$.

$f(-x)=|-x|\sin(-2x)+x=-\left(|x|\sin 2x-x\right)=-f(x)$.

.

Vậy y là hàm lẻ.

Câu 5. Cho hàm số $y=\sqrt{\cos x}$ xét trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Là hàm số không chẵn không lẻ **B.** Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn **D.** Đồ thị đối xứng qua Ox

Hướng dẫn

Ta có $y(-x)=\sqrt{\cos(-x)}=\sqrt{\cos x}=y(x)$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, nên hàm số đã cho là hàm số chẵn

Câu 6. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=|\sin x+x|$ **B.** $y=x^2\sin x$

C. $y=\frac{x}{\cos x}$ **D.** $y=x^2+x\cos x-1$

Hướng dẫn

Dễ có TXĐ của tất cả các hàm đều có tính đối xứng nên ta có

Cách 1: Ta có $\left|\sin(-x)+(-x)\right|=\left|-\sin x-x\right|=\left|-(\sin x+x)\right|=\left|\sin x+x\right|$

Vậy $y=\left|\sin x+x\right|$ là hàm chẵn

Cách 2:

$=\mathbb{R}$ $-x\in D$

$y\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right|=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}$

$y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right|=\left|-\frac{1}{2}-\frac{\pi}{6}\right|=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}$

Nên $y=\left|\sin x+x\right|$ là hàm chẵn. (Chú ý cách này chỉ đúng cho hàm số đó là hàm số chẵn $-x\in D$ hoặc hàm số lẻ, để chắc chắn hơn ta có thể sử dụng MODE7 như thầy đã giới thiệu trong bài giảng)

Câu 7. Trong các hàm số $y=4x^2-\sin\left|3x\right|$; $y=\tan x-2\cos 3x$; $y=\sin x\cos^2 x+\tan x$ có bao nhiêu hàm số lẻ

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn

$\forall x\in D$ $-x\in D$

Xét hàm $y=4x^2-\sin\left|3x\right|$.

Tập xác định . Với $x\in D$ thì .

Ta có $f(x)=4x^2-\sin\left|3x\right|$.

$\Rightarrow f(-x)$ $f(-x)=4(-x)^2-\sin\left|-3x\right|=4x^2-\sin\left|3x\right|=f(x)$. $=f(x),\forall x\in D$

$\Rightarrow f(-x)=f(x),\forall x\in D$. Vậy $y=4x^2-\sin\left|3x\right|$ là hàm chẵn.

Xét $y=\tan x-2\cos 3x$. Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. Với $x\in D$ thì .

Ta có $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1+\sqrt{2}$, $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1+\sqrt{2}\Rightarrow f\left(-\frac{\pi}{4}\right)\neq f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ và $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)\neq -f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

Vậy hàm y không chẵn, không lẻ.

Xét hàm số $y=\sin x\cos^2 x+\tan x$. Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. Với thì .

Ta có $f(x)=\sin x\cos^2 x+\tan x$.

$f(-x)=\sin(-x)\cos^2(-x)+\tan(-x)=-\sin x\cos^2 x-\tan x$.

.

Vậy y là hàm số lẻ.

Câu 8. Tổng tất cả các số nguyên của $m\in[-1;5]$ thỏa mãn hàm số $y=m+\cos x\sin\left(\frac{3\pi}{2}-3x\right)$ là hàm số chẵn là

A. 6 **B.** 14 **C.** 12 **D.** 6

Hướng dẫn

Ta có $y = m + \cos x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 3x\right) = m - \cos x \cos 3x$.

Tập xác định , với $x \in D$ thì $-x \in D$

Ta có $f(x) = 1 - \cos x \cos 3x$

$f(-x) = m - \cos(-x)\cos(-3x) = m - \cos x \cos 3x = f(x)$

$\Rightarrow f(-x) = f(x), \forall x \in D, \forall m$.

Vậy với mọi m thì hàm số y là hàm chẵn. **Chọn đáp án B.**

Câu 9. Hàm số $y = \frac{|x|\sin 2x}{\cos^3 2x}$ là hàm số

$\Rightarrow f(-x) = -f(x), \forall x \in D$

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Ox

Hướng dẫn

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \cos^3 2x \neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$, với $x \in D$ thì .

Ta có $f(x) = \frac{|x|\sin 2x}{\cos^3 2x}$.

$f(-x) = \frac{|-x|\sin(-2x)}{\cos^3(-2x)} = -\frac{|x|\sin 2x}{\cos^3 2x}$.

$\forall x \in D$ $-x \in D$

.

Vậy y là hàm số lẻ.

Câu 10. Hàm số $y = \frac{2\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 5\tan(x + 3\pi)}{2 - \cos 2x}$

A. Là hàm số không chẵn không lẻ
B. Là hàm số lẻ
C. Là hàm số chẵn
D. Đồ thị đối xứng qua Oy

Hướng dẫn

Ta có $\tan(x + 3\pi) = \tan x$

$2 - \cos 2x \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Với thì .

Ta có $y = f(x) = \frac{\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 5\tan x}{2 - \cos 2x} = \frac{-\sin x - 5\tan x}{2 - \cos 2x}$

$f(-x) = \frac{-\sin(-x) - 5\tan(-x)}{2 - \cos 2x} = \frac{\sin x + 5\tan x}{2 - \cos 2x} = -f(x)$

Vậy y là hàm số lẻ.

Câu 11. Gọi m và n lần lượt là số hàm số chẵn và số hàm số lẻ tròn các hàm dưới

I. $y=3\sin x.\cos\left(2x^3\right)$ **II.** $y=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

III. $y=\frac{x}{\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)}$ **IV.** $y=1+\tan\left(x-\pi\right)$

khi đó $m-n$ bằng

A. 1 **B.** 0 **C.** -1 **D.** -3

Hướng dẫn

Dễ có TXĐ của tất cả các hàm đều có tính đối xứng nên ta có

I. $y\left(-x\right)=3\sin\left(-x\right).\cos\left(-2x^3\right)=-3\sin x\cos\left(2x^3\right)=-y\left(x\right)\Rightarrow$ **Hàm lẻ**

II. Ta có $y=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=-2\sin 2x$

xét $y\left(-x\right)=2\cos\left(-2x+\frac{\pi}{2}\right)=2\sin 2x\Rightarrow$ **hàm số lẻ**

III. $y=\frac{x}{\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)}=\frac{x}{\sin\left(x+2\pi-\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{x}{-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{x}{-\cos x}\Rightarrow y\left(-x\right)=\frac{-x}{-\cos\left(-x\right)}=\frac{x}{\cos x}=-y\left(x\right)$

Nên hàm số đã cho là **hàm lẻ**

IV. $y=1+\tan\left(x-\pi\right)$

xét $\left.\begin{array}{l} y\left(\frac{\pi}{3}\right)=1-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ y\left(-\frac{\pi}{3}\right)=1-\sqrt{3}\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} y\left(\frac{\pi}{3}\right)\ne y\left(-\frac{\pi}{3}\right) \\ y\left(\frac{\pi}{3}\right)\ne -y\left(-\frac{\pi}{3}\right)\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ hàm số không chẵn không lẻ

$\Rightarrow m=0,n=3\Rightarrow m-n=-3$

Câu 12. Hàm số nào sau đây có bao nhiêu hàm số chẵn

I. $y=\left|\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\sin x\right|$ **II.** $y=\cot\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(2x+\pi\right)$

III. $y=\frac{\sin x+1}{\cos x}$ **IV.** $y=\sin\left(3x^2\right)-\cos x$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn

+I) $y=\left|\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\sin x\right|=\left|-\cot x-\sin x\right|=\left|\cot x+\sin x\right|$

$\Rightarrow y\left(-x\right)=\left|\cot\left(-x\right)+\sin\left(-x\right)\right|=\left|-\cot x-\sin x\right|=\left|\cot x+\sin x\right|$

Vậy là hàm chẵn

Cách 2:

$y\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left|\tan\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|=\sqrt{3}+\frac{1}{2}$

$y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\left|\tan\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right|=\sqrt{3}+\frac{1}{2}$

+II) $y=\cot\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)-\cos(2x+\pi)=-\tan 3x+\cos 2x$

$y(-x)=-\tan(-3x)+\cos(-2x)=\tan 3x+\cos 2x$

Nên hàm số đã cho không chẵn không lẻ

Cách 2: ta có

$y\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cot\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\pi\right)=-\frac{1}{2}$

$y\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\cot\left(-\pi-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(-\frac{2\pi}{3}+\pi\right)=-\frac{1}{2}$

Xét tiếp

$y\left(\frac{\pi}{12}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(2.\frac{2\pi}{12}+\pi\right)=-1-\frac{1}{2}$

$y\left(-\frac{\pi}{12}\right)=\cot\left(-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(-2.\frac{2\pi}{12}+\pi\right)=1-\frac{1}{2}$

Nên hàm số đã cho không chẵn không lẻ

Qua bài này ta thấy việc sử dụng MODE7 sẽ tối ưu hơn.

+III $y=\frac{\sin x+1}{\cos x}$; có $y(-x)=\frac{\sin(-x)+1}{\cos(-x)}=\frac{-\sin x+1}{\cos x}$. Nên hàm số đã cho không chẵn không lẻ

+IV $y=\sin\left(3x^2\right)+\cos(3\pi+x)=\sin\left(3x^2\right)-\cos x\Rightarrow y(-x)=\sin\left(3x^2\right)-\cos x$

Nên hàm số đã cho là hàm số chẵn

Câu 13. Xác định tất cả các giá trị m để hàm số $y=\tan x-2\left(m^2-1\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ là hàm số lẻ

A. $m=\pm 2$ **B.** $m=\pm 1$ **C.** $m=\pm\sqrt{2}$ **D.** $m=\pm\frac{1}{2}$

Hướng dẫn

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$

Ta có $y=\tan x-2\left(m^2-1\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\tan x-2\left(m^2-1\right)\cos x$

Xét $f(-x)=\tan(-x)-2\left(m^2-1\right)\cos(-x)=-\tan x-2\left(m^2-1\right)\cos x$

Hàm số trên là hàm số lẻ $\Leftrightarrow f(x)=-f(-x)\,\forall x\in D$

RT : 0

END: 2π

$\tan x - 2\left(m^2-1\right)\cos x = -\left(-\tan x - 2\left(m^2-1\right)\cos x\right)\forall x \in D$

STEP: $\frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow 2\left(m^2-1\right)\cos x = 2\left(m^2-1\right)\cos x \forall x \in D$

$\Leftrightarrow m = 1, m = -1$

Với cách hỏi trên ta có cách 2 như sau:

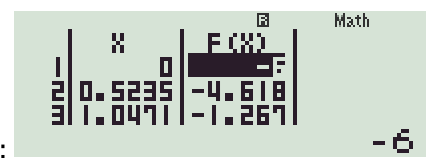
Ý tưởng chung là: từ các đáp án ta thể ngược lại đề bài và kiểm tra tính lẻ của hàm số

Để thử nhanh ta nên dùng MODE 7 để kiểm tra tính lẻ

+ Xét phương án $m = \pm 2$, ta thay $m = 2$ vào hàm số được

$y = \tan x - 6\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, khi đó ta dùng MODE nhập hàm

$F(x) = \tan X - 6\sin\left(X + \frac{\pi}{2}\right)$

Ta được kết quả: 

Nhấn AC nhập hàm $F(x) = \tan(-X) - 6\sin\left(-X + \frac{\pi}{2}\right)$, lúc này chỉ ấn bằng cho tới khi có bảng giá trị không cần chọn START, END, STEP

Ta được kết quả: 

So sánh dễ có hàm $y = \tan x - 6\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ không chẵn không lẻ

Vậy loại A.

Thầy viết giải thích thì thấy dài lâu, nhưng các em thực hiện thao tác bấm ok thì sẽ siêu nhan :D.

+ Tiếp tục xét B. $m = \pm 1$ ta có $y = \tan x$, dễ có đây là hàm lẻ **Chọn đáp án B.**

Với cách hỏi trên ta có thể thử ngược còn với cách hỏi sau sẽ hạn chế điều đó, bởi vậy các em nên nắm chắc kiến thức trọng tâm và PP giải toán để chinh phục mọi loại cách hỏi ?

Câu 14. Cho hàm số $y = (n-3)\cot x + \left(m^2-2\right)x\cos(x+\pi) + mnx$ là

a. Tổng bình phương tất cả các giá trị m và n để hàm số trên là hàm số chẵn

A. 2 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 4

b. Số các giá trị nguyên của n để hàm số trên là hàm số lẻ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn

$f(x)=(n-3)x\cot x+(m^2-2)x\cos(x+\pi)+mnx$

$=(n-3)x\cot x-(m^2-2)x\cos x+mnx$

$\Rightarrow f(-x)=(n-3)(-x)\cot(-x)-(m^2-2)(-x)\cos(-x)+mn(-x)$

$=(n-3)x\cot x+(m^2-2)\cos x-mnx$

a) Như vậy để hàm số đã cho là hàm số chẵn thì $f(x)=f(-x)\Leftrightarrow$

$-(m^2-2)\cos x+mnx=(m^2-2)\cos x-mnx\forall x\in D$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2=0\\ mn=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm\sqrt{2}\\ n=0\end{cases}$

Tổng bình phương tất cả các giá trị m và n để hàm số $y=(n-3)\cot x+(m^2-2)\cos(x+\pi)+mnx$ là 4. **Chọn đáp án D.**

b) Như vậy để hàm số đã cho là hàm số lẻ thì $f(x)=-f(-x)$

$(n-3)x\cot x=-(n-3)x\cot x;\ \forall x\in D$

$\Leftrightarrow n=3$

IV. TÍNH TUẦN HOÀN

Câu 1. Chu kỳ của hàm số $y=\sin(2x-1)$ là

A. $T=2\pi$ **B.** $T=\pi$ **C.** $T=\frac{\pi}{2}$ **D.** $T=4\pi$

Hướng dẫn

$y=\sin(2x-1)\longrightarrow T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

Một cách khác dùng casio với những bạn không nhớ công thức và đặc biệt là đối với những hàm phức tạp

Có 2 hướng dùng casio (và đây là hướng chung cho mọi dạng hàm)

+ Hướng 1: nhập $\sin(2X-1)-\sin(2(X+A)-1)$ // được hiểu X là góc lượng giác, A là chu kì $\xrightarrow{\text{CALC}} X=;A=$ là các giá trị trong từng đáp án, nếu thấy kết quả khác không thì loại. Nên gán X= 1 góc lượng giác càng xấu càng tốt, A là các giá trị từ nhỏ đến lớn thấy kết quả nào bằng 0 thì nhận, để cho chắc chắn hơn ta có thể thử thêm 1 vài góc lượng giác khác.

$\xrightarrow{\text{CALC}} X=\frac{\pi}{11};A=\frac{\pi}{2}\xrightarrow{\text{KQ}}-0.5534..\neq 0\rightarrow$ Loại C

$\xrightarrow{\text{CALC}} X=\frac{\pi}{11};A=\pi\xrightarrow{\text{KQ}}0\rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

+ Hướng 2 dùng MODE 7:

Nhập hàm $\sin(2X-1)-\sin(2(X+A)-1)$ // trong đó A là các giá trị trong từng đáp án

$\text{START}:-\pi$

$\text{END}:\pi$

$\text{START}:\frac{\pi}{6}$

Ta chọn A các giá trị từ nhỏ đến lớn
Nếu trong kết quả có ít nhất 1 kết quả khác 0 , khác ERRO, thì ta loại
Nếu tất cả các giá trị bằng 0 hoặc bằng ERRO thì ta nhận.

Thử đáp án C với $A=\frac{\pi}{2}\longrightarrow$ Loại

Thử đáp án B với $A=\pi\longrightarrow$ Bảng giá trị toàn 0 lên **Chọn đáp án B.**

Câu 2. Chu kỳ của hàm số $y = 1 - \cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right)$ là

A. $T = \frac{2\pi}{3}$ **B.** $T = \frac{\pi}{3}$ **C.** $T = \frac{\pi}{5}$ **D.** $T = 6\pi$

Hướng dẫn

$$y = 1 - \cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

Câu 3. Chu kỳ của hàm số $y = 2\tan\left(-4x - \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $T = -\frac{\pi}{2}$ **B.** $T = -\frac{\pi}{4}$ **C.** $T = \frac{\pi}{2}$ **D.** $T = \frac{\pi}{4}$

Hướng dẫn

$$y = 2\tan\left(-4x - \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow T = \frac{\pi}{|-4|} = \frac{\pi}{4}$$

Câu 4. Chu kỳ của hàm số $y = \cot\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ là

A. $T = -\frac{\pi}{4}$ **B.** $T = \frac{\pi}{4}$ **C.** $T = \frac{\pi}{2}$ **D.** $T = 2\pi$

Hướng dẫn

$$y = \cot\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + 1 \longrightarrow T = \frac{\pi}{\left|-\frac{1}{2}\right|} = 2\pi$$

Câu 5. Chu kỳ của hàm số $y = \cos^2 x + \tan(2x - \pi)$

A. $T = \pi$ **B.** $T = 2\pi$ **C.** $T = \frac{\pi}{2}$ **D.** $T = 3\pi$

Hướng dẫn

$$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2} \longrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\tan(2x - \pi) \longrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\Rightarrow T = BCNN(T_1, T_2) = \pi$$

Câu 6. Chu kỳ của các hàm số $y = 2\cos^2 x + \sin^2 2x$ là

A. $T = \pi$ **B.** $T = 2\pi$ **C.** $T = \frac{\pi}{2}$ **D.** $T = 3\pi$

Hướng dẫn

$y=2\cos^2 x+\sin^2 2x$

$1+\cos 2x \longrightarrow T_1=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$

$\dfrac{1-\cos 4x}{2}\longrightarrow T_2=\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

$\Rightarrow T=BCNN\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)=\pi$

Câu 7. Hàm số $y=\cos^2 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. 3π B. π C. $\dfrac{\pi}{3}$ D. $\dfrac{3\pi}{2}$

Câu 8. Hàm số $y=\sin 2x+\cos 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. π B. 2π C. 3π D. 4π

Câu 9. Hàm số $y=\sin\dfrac{x}{2}+\sin\dfrac{x}{3}$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. 2π B. 6π C. 9π D. 12π

Câu 10. Hàm số $y=\cos 3x.\cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. $\dfrac{\pi}{3}$ B. $\dfrac{\pi}{4}$ C. $\dfrac{\pi}{2}$ D. π

Câu 11. Hàm số $y=\sin 5x.\sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. π B. 2π C. 3π D. 5π

Câu 12. Hàm số $y=2\sin^2 x+3\cos^2 3x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì

A. π B. 2π C. 3π D. $\dfrac{\pi}{3}$

Câu 13. Hàm số $y=\cos(2x+1)-\dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{2x}{m}-3\right)$, $m\in\mathbb{N}^*$ là hàm số tuần hoàn với chu kì là 3π thì giá trị m bằng

A. 1 B. 3 C. 6 D. 2

Hướng dẫn

$\cos(2x+1)\longrightarrow T_1=\pi$

$\dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{2x}{m}-3\right)\longrightarrow T_2=m\pi$

Dễ có $BCNN(T_1;T_2)=m\pi\Rightarrow m=3$

Câu 14. Hàm số $y=2\tan\dfrac{x}{m}-3\cot\dfrac{x}{n}$, $m,n\in\mathbb{N}^*$. Có bao nhiêu cặp $(m;n)$ dương để hàm số có chu kì là 12π

A. 13 B. 15 C. 8 D. 9

Hướng dẫn

$2\tan\frac{x}{m}\longrightarrow T_1=m\pi$

$3\cot\frac{x}{n}\longrightarrow T_2=n\pi$

Khi đó $\text{BCNN}(m,n)=12$

$$\Rightarrow(m;n)=\left\{\begin{matrix}(1;12),(12;1),(12;2),(2,12)\\ ,(12;3),(3;12),(12;4),(4;12),(12;6),(6;12)\\ (12;12),(3;4),(4;3),(6;4),(4;6)\end{matrix}\right\}$$

Câu 15. Để hàm số $y=\cos mx+\cos\frac{x}{n}$, $m,n\in\mathbb{N}^*,m<5$ có chu kì là $T=6\pi$ thì số cặp (m,n) thỏa mãn là

A. 3 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 4

Hướng dẫn

$\text{BCNN}\left(\frac{2\pi}{m};2n\pi\right)=6\pi\Rightarrow\text{BCNN}\left(\frac{\pi}{m};n\pi\right)=3\pi$

Ta thấy với $\forall m\in\mathbb{N}^*$ thì 3π chia hết cho $\frac{\pi}{m}$ và để $3\pi\,\vdots\,\pi n$ thì $n=3,n=1$

Mặt khác $m<5\Rightarrow m=1,2,3,4$. **Chọn đáp án D.**